

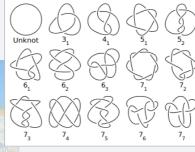


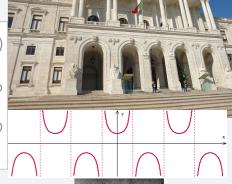


# moodle

# M

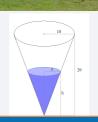
# TEAM 1







New Function







ISEL-IF

# TEAM 1

Turma Experimental de Análise Matemática 1

# TEAM 1

Turma Experimental de Análise Matemática 1

Bem vindo(a)!

ISEL-IPL

Análise Matemática

# TEAM 1

Turma Experimental de Análise Matemática 1

Bem vindo(a)! Bom Trabalho!

Ano Lectivo 2009/10 SI

Docente

Sandra Gaspar Martins

sandra.martins@dec.isel.ipl.pt

# Aluno



Nome:

Email:

Número:

Sexo:

# Abordagem pedagógica

#### Aprendizagem activa:

És tu que fazes!

Cerca de 90% do tempo de aula é despendido com o professor a circular pela sala apoiando os alunos numa resolução autónoma dos exercícios/problemas propostos.

Também é encorajada a interacção entre alunos apoiando-se mutuamente.

Análise Matemática 1 UIED-FCT-UI

#### Materiais num só documento digital interactivo:

Durante as aulas e no teu estudo, podes esquecer o lápis agora é tudo digital!
Os slides, a tua sebenta, o teu caderno diário, as tuas notas, as tuas resoluções,...
tudo num só documento interactivo!

Se quiseres, num só documento digital interactivo, que foi preparado meticulosamente para ter as mais eficientes abordagens de cada tema, podes acrescentar as tuas resoluções de exercícios, as tuas notas e chamadas de atenção, as tuas notas em áudio, os links de interesse, screenshots com os cálculos e gráficos que efectuaste, etc, etc ,etc...

#### Muitos mini-testes no moodle:

Para que tu e o teu professor tenham feedback imediato do teu nível de conhecimentos Assim não vais chegar ao final do semestre e dizer:

"eu até pensava que tinha percebido a matéria!!!"

Todas as semanas vais ter a certeza se compreendeste, de facto, a matéria ao nível exigido!

#### Utilização de software:

Para obteres um conhecimento mais profundo dos conceitos, para modelar, para fazer previsões, para confirmar resultados, etc Vais tirar partido de software diversificado para melhorar a compreensão dos conceitos... este software permite-te explorar os conceitos de forma numérica, analítica e gráfica...

Abordagem pedagógica Capítulo 00: Introdução

### Ênfase nas aplicações da matemática:

Vais pôr a matemática a funcionar!!!!

Em cada tema, vais aplicar os conceitos estudados
nos problemas do dia-a-dia, na economia, na gestão, na medicina, na física...
e, claro, na Engenharia Civil!!!

#### Capítulo 00: Introdução

### Documento digital interactivo

O documento digital interactivo é um PDF de nova geração, não o tradicional PDF estático mas um documento onde existem *campos* (caixas de texto, caixas de escolha múltipla, caixas de verificação,...) para preencher, onde se pode tomar notas, sublinhar o importante, adicionar comentários escritos ou comentários áudio, adicionar imagens, escrever as resoluções de exercícios, juntar os links de interesse, *screenshots* com os cálculos e gráficos efectuados, etc, etc ,etc...

A ideia é que o utilizes como o teu caderno diário... que esqueças o papel e lápis e faças tudo no computador!!! Ele conterá os slides, a tua sebenta, o teu caderno diário, as tuas notas, as tuas resoluções, tudo num só documento interactivo!

No entanto, se ainda não te sentires preparado para isso... *no problem!*. Tens o PDF no ecrã e tomas notas em papel! (Imprimir o PDF não é aconselhado uma vez que não foi criado com esse propósito, seriam imensas folhas...)

Estes PDF's foram preparados meticulosamente para ter as mais eficientes abordagens de cada tema, utilizando as técnicas mais avançadas de pedagogia...

### O que se espera do aluno

Que traga sempre computador para as aulas (que são duas vezes por semana).

Que tenha fácil acesso à Internet quer nas aulas quer fora delas.

Que não falte às aulas.

Que seja pontual.

Que realize todos os testes moodle.

Que participe activamente nas aulas.

Que estude 11 horas por semana.

Que resolva as tarefas.

Que use o livro adoptado para esclarecer dúvidas e consolidar a compreensão dos conceitos.

Que quando o livro não for suficiente saiba encontrar outras formas de resolver os seus problemas (ajuda do professor, dos colegas, procurar materiais na internet, procurar outro livro,...).

# Competências globais

Após aprovação na unidade curricular, o aluno deverá:

escrever e verbalizar os seu pensamentos de uma forma clara, concisa e organizada;

justificar os raciocínios;

compreender e utilizar a linguagem matemática;

utilizar programas computacionais como ferramenta de apoio ao estudo;

seleccionar estratégias de resolução de problemas;

demonstrar capacidades de reflexão, cálculo e raciocínio dedutivo.

interpretar geometricamente os conceitos adquiridos.

formular hipóteses; interpretar, prever e criticar resultados no contexto do problema;

fazer raciocínios demonstrativos, usando métodos adequados (nestes, incluem-se o método de redução ao absurdo, o método de indução matemática e a utilização de contra-exemplos);

ser autónomo na auto-avaliação e, se necessário, na procura de elementos complementares de estudo.

## Programa:

- Cap. 01: Lógica matemática, teoria de conjuntos e método de indução finita
- Cap. 02: Números reais
- Cap. 03: Sucessões numéricas
- Cap. 04: Séries numéricas
- Cap. 05: Topologia
- Cap. 06: Funções reais de variável real
- Cap. 07: Diferenciabilidade
- Cap. 08: Séries de potências
- Cap. 09: Primitivas
- Cap. 10: Integrais
- Cap. 11: Integrais impróprios

### Cap. 01: Lógica matemática, teoria de conjuntos e método de indução finita Lógica matemática

#### Considere o Teorema:

Toda a função contínua é integrável.

a) Se tiver uma função contínua tem a certeza que ela é integrável?

b) Se tiver uma função integrável tem a certeza que ela é contínua?

c) Se tiver uma função não contínua tem a certeza que ela não é integrável? d) Se tiver uma função não integrável tem a certeza que ela não é contínua?

e) Uma função ou não é integrável ou é contínua?

f) Uma função pode ser não integrável e contínua?

### Cap. 01: Lógica matemática, teoria de conjuntos e método de indução finita Método de indução finita

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

# Cap. 02: Números reais

$$2^3 \times 2^4 = 2$$

ISEL-IFL Análise Matemática 1 UIED-FCT-UN

# Cap. 03: Sucessões

$$a_n = 10^n$$
  $b_n = \frac{1}{n}$ 

Análise Matemática 1 UIED-FCT-UN

Cap. 04: Séries

# A soma de infinitos números positivos é finita ou infinita?

uma quantidade (positiva) mais outra, mais outra, mais outra....mais..., infinitas vezes dá:

sempre infinita sempre finita às vezes finita outras infinita



todos temos a noção intuitiva de que se não paramos de adicionar, de acrescentar quantidades (positivas), inevitavelmente iremos parar a infinito...

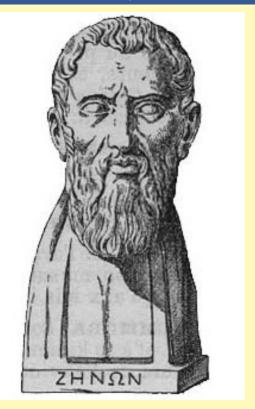
... é uma noção errada que levou, pelo menos, 23 séculos a compreender...

no século V a.C. Zenão compreendeu que essa ideia levava a contradições, a paradoxos...

...mas essa ideia só foi, de facto, compreendida no século XVIII com a criação da análise matemática e, em particular, da teoria das séries ...

Zenão

(pprox 490 a.C. -- pprox 425 a.C.) Grego



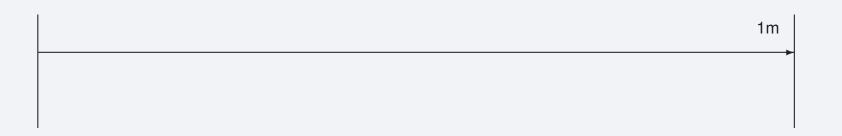
**Zenão de Eleia** foi um filósofo famoso por criar paradoxos que desafiaram a visão dos matemáticos sobre o mundo real durante séculos.

Foi discípulo de Parmenides e estudou com ele na escola de Eleia, uma das principais escolas pré-socráticas de filosofia grega. Foi contemporâneo de Platão com quem se encontrou em Atenas cerca de 450 a.C.

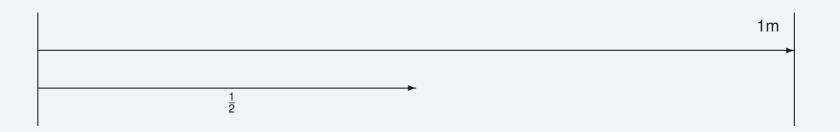
Introduziu, com os seus paradoxos, o método de prova por *redução ao absurdo*.

Paradoxo de Zenão (Paradoxo da dicotomia do Movimento)

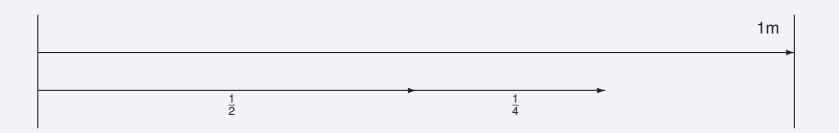
Para percorrer o caminho, que é de 1 m, entre a parede do lado esquerdo e a do lado direito...



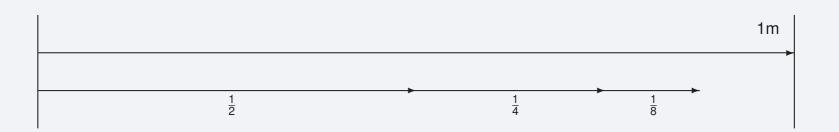
Haverá um momento em que se passará a meio, faltando percorrer a outra metade...



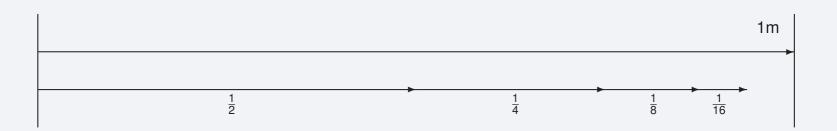
Pensando na distância que falta percorrer, haverá um momento em que se passará a meio, tendo percorrido já  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  da distância total e faltando percorrer o resto...



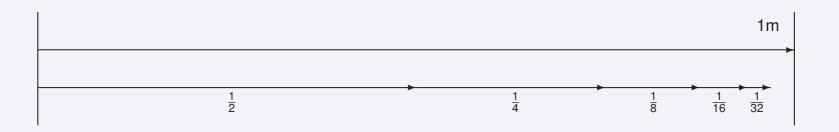
Pensando na distância que falta percorrer, haverá um momento em que se passará a meio, tendo percorrido já  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$  da distância total e faltando percorrer o resto...



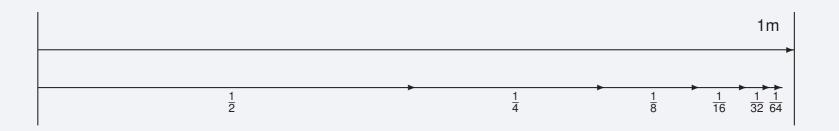
Pensando na distância que falta percorrer, haverá um momento em que se passará a meio, tendo percorrido já  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$  da distância total e faltando percorrer o resto...



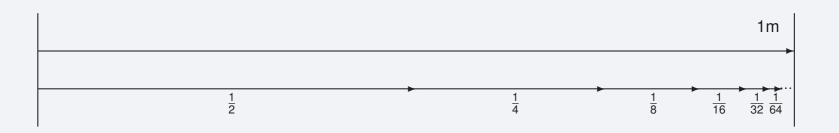
Pensando na distância que falta percorrer, haverá um momento em que se passará a meio, tendo percorrido já  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$  da distância total e faltando percorrer o resto...



Pensando na distância que falta percorrer, haverá um momento em que se passará a meio, tendo percorrido já  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$  da distância total e faltando percorrer o resto...

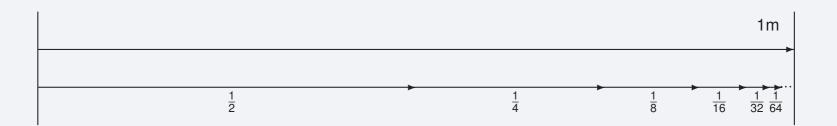


E assim ad aeternum...



Paradoxo de Zenão: (descrito por Aristóteles e traduzido por [?])

There is no motion because that which is moved must arrive at the middle (of its course) before it arrives at the end. (And of course it must tranverse the half of the half before it reaches the middle, and so on ad infinitum.)

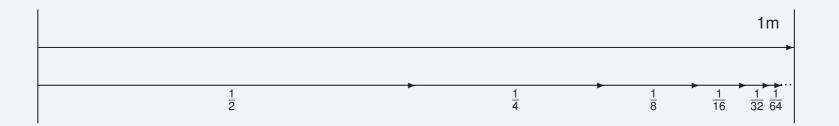


A base deste paradoxo é de que, como

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$

é uma adição infinita e portanto o seu resultado é infinito (de acordo com a crença na época) então nunca se alcança a outra parede, o que, todos sabemos da experiência diária, não é verdadeiro!

Era esta a contradição, o paradoxo, de Zenão!



Compreendemos felizmente, hoje em dia, que esta adição infinita

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$

não tem soma infinita, mas sim finita e igual a 1!!!

Esta soma nunca ultrapassa o valor 1 (é evidente pela forma como foi construída), não há nenhum número entre ela e 1 (está tão perto quanto se quiser de 1)

portanto é igual a 1!!!!!

Assim ...

A soma de infinitos números pode ser finita!!!

Mas será sempre finita?

#### Pense nas séries:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + \dots$$

Serão finitas?

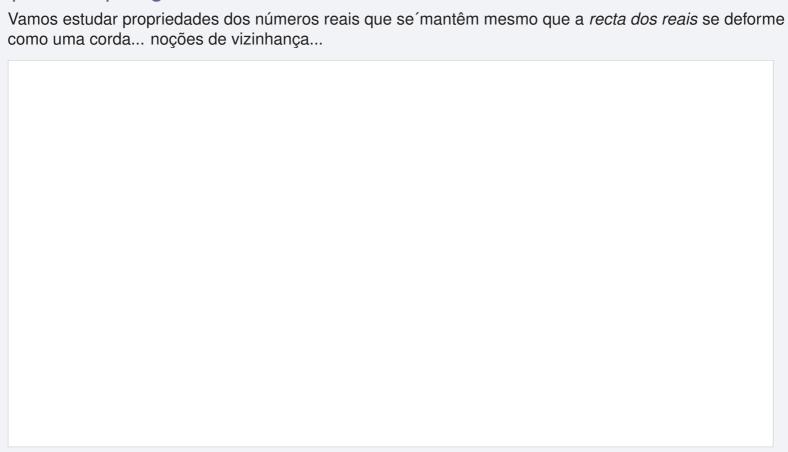
Pois é...

A soma de infinitos números positivos pode ser finita, infinita...

E é disso que nos vamos ocupar neste capítulo... Dada uma série, conseguir afirmar se a sua soma é finta (se a série é convergente) ou não!

# **Programa**Capítulo 00: Introdução

# Cap. 05: Topologia

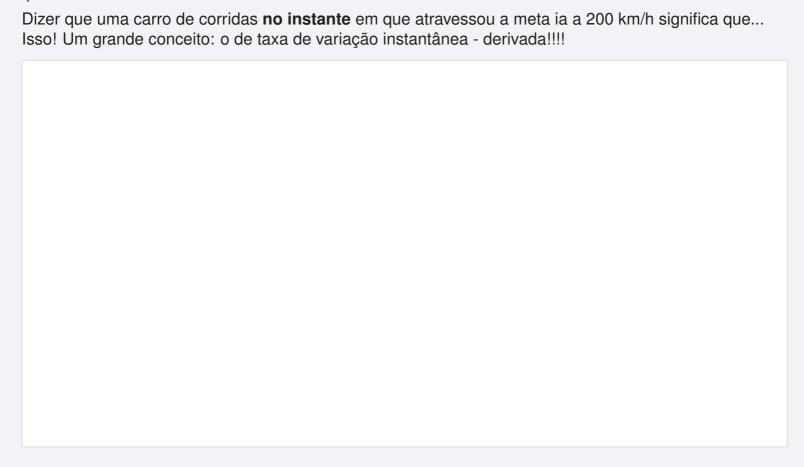


## Programa Capítulo 00: Introdução

# Cap. 06: Funções

Vamos relembrar as já conhecidas funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas e começar a conhecer as trigonométricas inversas

## Cap. 07: Diferenciabilidade



## Cap. 08: Séries de Potências

As séries de potências são *polinómios infinitos*... e o incrível é que podemos escrever qualquer função *normal* como um *polinómio desses*...

applet

ISEL-IPL Análise Matemática 1 UIED-FCT-UNL

# **Programa**Capítulo 00: Introdução

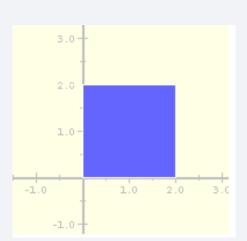
## Cap. 09: Primitivas

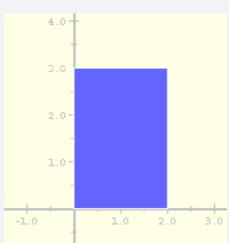
Primitivar é o inverso de derivar... A primitiva da função  $f(x) = x^2$  é a função que derivada dá  $x^2$ . Qual é? As primitivas vão-nos ser especialmente úteis para para calcular os integrais, do capítulo seguinte...

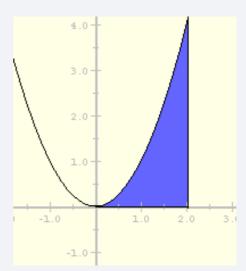
ISEL-IPL Análise Matemática 1 UIED-FCT-UN

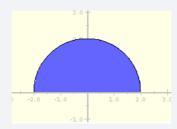
# Cap. 10: Integrais

## Qual a área sombreada nas seguintes figuras?

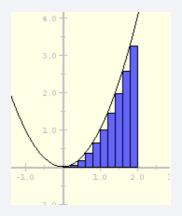








Riemann, teve uma ideia brilhante para calcular áreas:

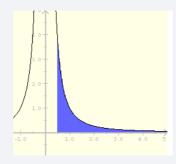


applet

Foi esta a ideia base dos INTEGRAIS...

## Cap. 11: Integrais impróprios

E agora, qual a área sombreada na seguinte figura? (Sabendo que a função representada é  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .)



Pensando na região entre o eixo dos xx's e a função entre  $0.5~e~+\infty...$ 

a região é

a área é

## Bibliografia\*

- José Alberto Rodrigues. *Métodos matemáticos em engenharia: Modelos em* ℝ.

  Edições Colibri, 2007.
- Deborah Hughes-Hallett, Gleason, McCallum, Flath, Lock, and Lomen. Calculus: Single variable. John Willey Sons, Inc, 4th edition, 2005.
- Salas, Hille, and Etgen.

  Calculus: One variable.

  John Wiley Sons, Inc., 9th edition, 2003.
- Roland Larson, Robert Hostetler, and Bruce C. Edwards. Calculo y geometria analitica, volume 1. McGraw-Hill, 5th edition, 1995.
- Dale Varberg and Edwin J. Purcell. Calculus. Prentice-Hall, Inc., 7th edition, 1997.
- Howard Anton.

  Cálculo: um novo horizonte, volume 1.

  Bookman, 6th edition, 1999.

Tom Apostol.

Cálculo, volume 1.

Editorial reverté, S.A., 2nd edition, 1985.

Jaime Campos Ferreira.

Introdução à análise matemática.

Fundação Calouste Gulbenkian, 3rd edition, 1990.

Acilina Azenha and Maria Amélia Jerónimo. Cálculo Diferencial e Integral em IR e IRn. McGraw-Hill, 1st edition, 1995.

B. Demidovitch.
Problemas e Exercícios de Análise Matemática.

McGraw-Hill, 1st edition, 1993.

Esta é a bibliografia genérica. Em cada capítulo encontrará a bibliografia mais adequada ao capítulo.

EL-IPL

<sup>\*</sup>Por ordem de adequação como complemento ao estudo.

## Avaliação

A aprovação dos alunos da TEAM1 é igual à aprovação dos outros alunos da cadeira, ou seja:

- ▶ Três testes com nota superior a 8.0 valores e com média superior a 9.5 valores.
- ► Exame de 1ª época com mais de 9.5 valores.
- ► Exame de 2ª época com mais de 9.5 valores.

Caso falte ou tenha nota inferior a 8.0 valores num dos testes pode repetir esse teste no Exame de 1ª época.

Após a aprovação, aos alunos da TEAM1, serão somados, entre 0 e 2 valores. Esses valores são obtidos da seguinte forma:

Faz-se a média das 10 melhores notas obtidas em testes moodle pelo aluno. Reduz-se esse valor a uma escala de 0 a 2 (ou seja, a virgula anda uma casa decimal para a esquerda) e soma-se à nota final do aluno (por exemplo se a média é de 13 valores, é-lhe somado 1.3 valores).

Atenção: 50% da cotação dos testes e exames corresponde a exercícios das tarefas que são disponibilizadas online.

Datas previstas para os testes de AM1:

30 Outubro 2009 4 Dezembro 2009 8 Janeiro 2009

## Formulários

- Nos testes ou repetição de testes: uma página A4;
- Nos exames: duas páginas A4;
- são manuscritos, a caneta, pelo próprio aluno.
- só podem conter definições, fórmulas, teoremas ou proposições, não sendo permitida a transcrição da resolução de qualquer exercício;
- não podem conter fórmulas de derivadas nem primitivas;
- ▶ têm que ser identificados com nome e número do aluno;
- ▶ são entregues com a resolução da prova, não podendo ser devolvidos ao aluno;
- ▶ sendo facultativa, a utilização do formulário numa avaliação pressupõe a aceitação destas normas;
- ▶ o não cumprimento de todas as normas de utilização de formulário implica a anulação da prova em questão.

## Esclarecimento de dúvidas

#### Formal:

- ▶ Segundas e sextas-feiras às 12.30h.
- ► Terças e quintas-feiras às 15.30h.

Sala C.2.7.

#### Ocasional:

Quando encontrar a professora

- ▶ no corredor...
- ▶ na cantina...
- ▶ no bar do ISEL...
- ▶ na praia...
- no Centro Comercial...
- ► SEMPRE!!!!!!! :)

#### Online:

Sempre!!!

#### Detalhes técnicos

- ▶ Para responder às perguntas ou fazer anotações, pode utilizar qualquer ferramenta do Adobe Reader:\*
  - Gravação áudio
  - Caixa de texto
  - Sublinhar
  - Realçar
  - Chamada
  - Nuvem
  - Lápis
- ▶ Mais informações sobre software estão disponíveis na página moodle em *Software* e *Dicas sobre* software...
- ▶ As figuras e textos sobre matemáticos foram retirados da *web*, para aceder à página original basta *clicar* na figura.
- ▶ Algumas figuras foram retiradas da web, para aceder à página original basta clicar na figura.



<sup>\*</sup>Se não domina adequadamente o Adobe Reader, veja o tutorial em